

ELABORATO_DEL_2018_07_08_10_19_05

Prova intercorso di fisica

V1_14 Meccanica

Dati : $L = 33$ cm, $M = 11$ kg

Esercizio 1

Quesito

Un pendolo semplice costituito da una massa puntiforme m connessa ad un filo di lunghezza L , inestensibile e di massa trascurabile, parte da fermo dalla posizione orizzontale (vedi Figura 1). Quando passa per la verticale la massa m urta in modo perfettamente elastico una massa $3m$ ferma su un piano orizzontale scabro di coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.83$. Calcolare lo spazio D percorso dalla massa $3m$ prima di fermarsi.

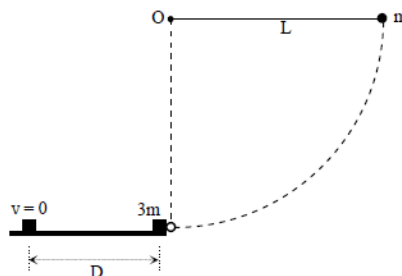


Figura 1: Esercizio 1

Impostazione

Individuiamo i seguenti "punti":

- (A) pendolo in posizione orizzontale
- (B) pendolo in posizione verticale, prima dell'urto
- (C) dopo l'urto
- (D) il secondo corpo si ferma

Conservazione energia meccanica totale E' possibile dire che l'energia meccanica totale (la somma fra energia potenziale e cinetica) del pendolo si conservi nel tratto da (A) a (B).

$$U + K = cost \quad (1)$$

$$U_A = mgL = K_B = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gL} \quad (2)$$

Conservazione quantita di moto totale ed energia cinetica totale E' possibile dire che la quantita di moto totale (la somma delle quantit  di moto dei due corpi) e l'energia cinetica totale (la somma delle energie cinetiche dei due corpi) si conservi fra gli istanti (B) e (C).

$$\begin{cases} q = cost \\ K = cost \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_B^{(1)} + q_B^{(2)} = q_C^{(1)} + q_C^{(2)} \\ K_B^{(1)} + K_B^{(2)} = K_C^{(1)} + K_C^{(2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} mv_B^{(1)} = mv_C^{(1)} + 3mv_C^{(2)} \Rightarrow v_B^{(1)} = v_C^{(1)} + 3v_C^{(2)} \\ m(v_B^{(1)})^2 = m(v_C^{(1)})^2 + 3m(v_C^{(2)})^2 \Rightarrow (v_B^{(1)})^2 = (v_C^{(1)})^2 + 3(v_C^{(2)})^2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} v_C^{(1)} = v_B^{(1)} - 3v_C^{(2)} \\ (v_B^{(1)})^2 = (v_C^{(1)})^2 + 9(v_C^{(2)})^2 - 6v_B^{(1)}v_C^{(2)} + 3(v_C^{(2)})^2 \Rightarrow 12(v_C^{(2)})^2 - 6v_B^{(1)}v_C^{(2)} = 0 \Rightarrow v_C^{(2)} = \frac{v_B^{(1)}}{2} \end{cases} \quad (4)$$

$$v_C^{(2)} = \frac{v_B^{(1)}}{2} \quad (5)$$

Forza d'attrito Il secondo corpo viene decelerato dall'attrito.

$$F_A = \mu F_{90} \Rightarrow a = \mu g \quad (6)$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato - M.R.U.A.

$$t = v_C/a \quad (7)$$

$$x = v_C t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (8)$$

Formula complessiva Sostituendo la formula 7 nella formula 8:

$$x = \frac{1}{2} \frac{(v_C)^2}{a} \quad (9)$$

Sostituendo la formula 2 nella formula 5:

$$v_C^{(2)} = \frac{\sqrt{2gL}}{2} \quad (10)$$

Sostituendo la formula 10 e la formula 6 nella formula 9:

$$x = \frac{1}{2} \frac{2gL}{4\mu g} = \frac{L}{4\mu} \quad (11)$$

Calcoli

Conservazione energia meccanica totale

$$v = \sqrt{2gL} = 2544 \text{ mm/sec} \quad (12)$$

Conservazione quantita di moto totale ed energia cinetica totale

$$\Rightarrow v_C^{(2)} = \frac{1}{3} v_B^{(1)} = 1272 \text{ mm/sec} \quad (13)$$

Forza d'attrito

$$a = \mu g = 8138.98 \text{ mm/sec}^2 \quad (14)$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato - M.R.U.A.

$$t = v_C/a = 0.156 \text{ sec} \quad (15)$$

$$x = v_C t - \frac{1}{2} a t^2 = 99.4 \text{ mm} \quad (16)$$

Esercizio 2

Quesito

È data una puleggia assimilabile ad un disco omogeneo di massa M e raggio $R = 18\text{cm}$, libera di ruotare senza attrito intorno al suo asse di simmetria, mantenuto orizzontale. Intorno alla puleggia si avvolge un filo ideale (inestensibile e di massa trascurabile) alle cui estremità sono collegate le masse m e $5m$, con $m = 1.2\text{kg}$. Supposto che il filo non scivoli sulla puleggia, calcolare il modulo dell'accelerazione angolare della carrucola.

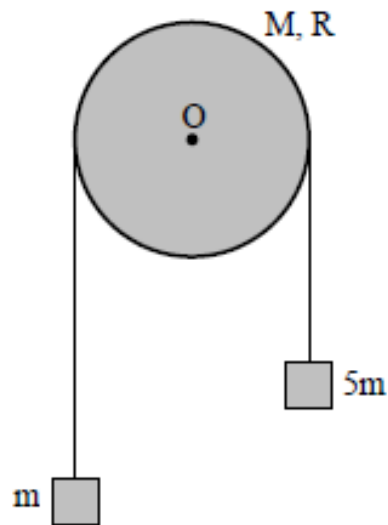


Figura 2: Esercizio 2

Impostazione

$$m_2 > m_1$$

Sul corpo 1 che sale:

$$T_1 - m_1g = m_1a \quad (17)$$

Sul corpo 2 che scende:

$$T_2 - m_2g = -m_2a \quad (18)$$

Sulla carrucola che ruota:

$$(T_2 - T_1)R = Ia/R \quad (19)$$

Momento inerzia carrucola:

$$I = \frac{1}{2}m_cR^2 \quad (20)$$

Accelerazione del sistema

$$a = (m_2g - m_1g)/(m_2 + m_1 + I/R^2) \quad (21)$$

Accelerazione angolare con cui ruota la carrucola

$$\alpha = a/r \quad (22)$$

Calcoli

Accelerazione del sistema

$$a = 3706mm/sec^2 \quad (23)$$

Accelerazione angolare con cui ruota la carrucola

$$\alpha = 20.59 \text{ 1/sec}^2 \quad (24)$$

Esercizio 3

Quesito

Sono date tre masse puntiformi $m_1 = 2kg$, $m_2 = 6kg$, $m_3 = 1kg$. Rispetto ad un sistema di assi cartesiani xy queste masse sono posizionate rispettivamente nei punti $P_1(L, L)$, $P_2(2L, -L)$, $P_3(3L, 2L)$. Calcolare quanto valgono il momento d'inerzia I_x rispetto all'asse x e il momento d'inerzia I_y rispetto all'asse y del sistema delle tre masse.

Impostazione

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (25)$$

Calcoli

$$I_x = m_1 y_1^2 + m_2 y_2^2 + m_3 y_3^2 = m_1(L)^2 + m_2(-L)^2 + m_3(2L)^2 \quad (26)$$

$$I_y = m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 + m_3 x_3^2 = m_1(L)^2 + m_2(2L)^2 + m_3(3L)^2 \quad (27)$$

$$I_x = m_1(L)^2 + m_2(-L)^2 + m_3(2L)^2 = 1306800 \text{kgmm}^2 \quad (28)$$

$$I_y = m_1(L)^2 + m_2(2L)^2 + m_3(3L)^2 = 3811500 \text{kgmm}^2 \quad (29)$$